

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΤΑΞΗΣ ΓΕΛ**5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΚΡΟΥΣΕΙΣ****1.ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΧΤΟΥ ΤΥΠΟΥ (ΘΕΜΑ Β)**

1.Ένα βλήμα διαπερνά ένα ακίνητο κιβώτιο και η ελάττωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος είναι 100J . Εάν η ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση είναι 50J τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά την κρούση είναι:

- α) 0.
- β) 50J .
- γ) 100J .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

2.Σώμα Σ_1 κινούμενο προς ακίνητο σώμα Σ_2 , ίσης μάζας με το Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αυτό. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

- α) 0.
- β) 25%.
- γ) 50%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

3.Σώμα Α μάζας m_A προσπίπτει με ταχύτητα u_A σε ακίνητο σώμα Β μάζας m_B , με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα Α γυρίζει πίσω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το $1/3$ της αρχικής του τιμής. Ο λόγος των μαζών είναι:

- α) $m_B/m_A = 1/3$
- β) $m_B/m_A = 1/2$
- γ) $m_B/m_A = 2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

4.Μεταλλική συμπαγής σφαίρα Σ_1 κινούμενη προς ακίνητη μεταλλική συμπαγή σφαίρα Σ_2 , τριπλάσιας μάζας από την Σ_1 , συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με αυτήν. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της Σ_1 που μεταβιβάζεται στη Σ_2 κατά την κρούση είναι:

- α) 30%.
- β) 75%.
- γ) 100%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

5.Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι σφαίρες έχουν μάζες m , m και $3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη δεύτερη ακίνητη σφαίρα Σ_2 . Στη συνέχεια η δεύτερη σφαίρα Σ_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη τρίτη ακίνητη σφαίρα Σ_3 . Η τρίτη σφαίρα αποκτά τότε ταχύτητα μέτρου u_3 . Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων u_3/u_1 είναι:

- α) $1/3$
- β) $1/2$
- γ) 1

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

6. Ένα σώμα μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα που είναι αρχικά ακίνητο. Είναι δυνατόν μετά την κρούση η ταχύτητα του 1ου σώματος να έχει μέτρο $u_1' = 3m/s$ ίδιας φοράς με την αρχική του ταχύτητα και η ταχύτητα του 2ου σώματος να έχει μέτρο $u_2' = 4m/s$

- α) Ναι.
 β) Όχι.
 γ) Μόνο αν τα σώματα έχουν ίδιες μάζες.

7. Σε μία κρούση μεταξύ δύο σωμάτων ισχύει πάντα:

- α) $\Delta p_1 = -\Delta p_2$
 β) $\Delta p_1 = \Delta p_2$
 γ) $\Delta p_1 = 0$

όπου η Δp_1 μεταβολή της ορμής του 1ου σώματος και Δp_2 η μεταβολή της ορμής του 2ου σώματος. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

8. Σε μία ελαστική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων ισχύει πάντα:

- A) $\Delta K_1 = -\Delta K_2$
 B) $\Delta K_1 = \Delta K_2$
 Γ) $\Delta K_1 = 2\Delta K_2$

όπου η ΔK_1 μεταβολή της κινητικής ενέργειας του 1ου σώματος και ΔK_2 η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του 2ου σώματος. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

9. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν η αρχική ορμή ενός συστήματος δύο σωμάτων που συγκρούονται πλαστικά να είναι μηδέν, και μετά την κρούση η τελική ορμή του συστήματος να είναι μηδέν ενώ η κινητική ενέργεια του συστήματος να είναι διάφορη του μηδενός. Ο παραπάνω ισχυρισμός:

- α) είναι ψευδής.
 β) είναι αληθής.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

10. Σώμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα u . Στην πορεία του συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας M . Η απόλυτη τιμή της μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι αντίστοιχα:

$$\alpha) |\Delta \vec{p}_{ολ}| = 0, |\Delta K_{ολ}| = \frac{mu^2}{3}$$

$$\beta) |\Delta \vec{p}_{ολ}| = mu, |\Delta K_{ολ}| = \frac{mu^2}{3}.$$

$$\gamma) |\Delta \vec{p}_{ολ}| = 0, |\Delta K_{ολ}| = \frac{3mu^2}{8}.$$

$$\delta) |\Delta \vec{p}_{ολ}| = \frac{3mu}{4}, |\Delta K_{ολ}| = \frac{3mu^2}{8}.$$

11. Ένα σώμα μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Αν η σύγκρουση θεωρηθεί ελαστική και η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 είναι K_1 , η κινητική ενέργεια που χάνει το m_1 είναι:

$$\alpha) \Delta K_1 = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} K_1.$$

$$\beta) \Delta K_1 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1 m_2} K_1.$$

$$\gamma) \Delta K_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} K_1.$$

12. Σώμα Σ_1 μάζας m που κινείται προς τα δεξιά στη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 διπλάσιας μάζας.

Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 κατά την κρούση έχει αλγεβρική τιμή:

$$\alpha) -mu/3$$

$$\beta) -2mu/3$$

$$\gamma) 0$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή Λύση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

13. Ένα σώμα A που έχει μάζα m και ταχύτητα u_1 συγκρούεται με άλλο σώμα B που έχει διπλάσια μάζα και ταχύτητα u_2 , αντίρροπη της u_1 . Από τη κρούση δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων u_1/u_2 των δύο σωμάτων πριν από την κρούση, είναι:

$$\alpha) 1/2.$$

$$\beta) 1.$$

$$\gamma) 2.$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή Λύση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

14. Δύο σώματα A και B , με μάζες m και $3m$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δίνουμε στο σώμα A αρχική ταχύτητα u έτσι ώστε να κινηθεί προς τη θετική φορά και να συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα B . Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος B μετά την κρούση είναι

$$\alpha) -u/2$$

$$\beta) u/2$$

$$\gamma) u/4$$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή Λύση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

15. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Αν ΔK_1 είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 και ΔK_2 είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 λόγω της ελαστικής κρούσης, τότε ισχύει

$$A) \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

$$B) \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1.$$

$$C) \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = 1.$$

όπου ΔK_1 η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος, K_2 η κινητική ενέργεια του δεύτερου σώματος και $\Delta K_{ολ}$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

21. Κατά τη μετωπική ελαστική κρούση δύο σωμάτων m_1 και m_2 εκ των οποίων η m_2 είναι ακίνητη το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της m_1 (επί της αρχικής κινητικής ενέργειάς της) είναι -36% . Ο λόγος m_1/m_2 είναι:

α) $\frac{m_1}{m_2} = 9$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{9}$.

β) $\frac{m_1}{m_2} = 4$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$.

γ) $\frac{m_1}{m_2} = 2$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$.

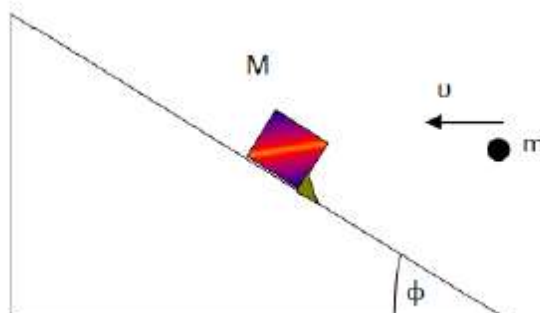
22. Το βλήμα μάζας m του σχήματος κινείται παράλληλα με το οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται πλαστικά με το κιβώτιο μάζας M που ισορροπεί με τη βοήθεια μικρού εμποδίου πάνω σε λείο ακλόνητο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης ϕ .

Αν η ταχύτητα του βλήματος έχει μέτρο u , τότε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

α) $V_K = \frac{mu}{(m+M)}$.

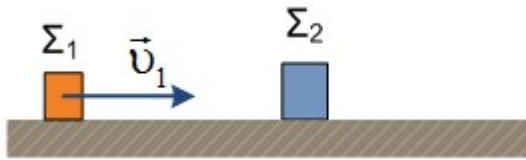
β) $V_K = \frac{mu \sin \phi}{(m+M)}$.

γ) $V_K = \frac{mu \eta \mu \phi}{(m+M)}$.



2. ΑΣΚΗΣΕΙΣ (ΘΕΜΑ Γ)

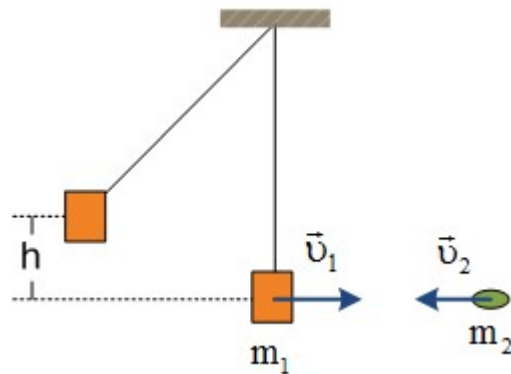
1. Σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 2\text{kg}$ και ταχύτητα μέτρου $v_1 = 20\text{m/s}$, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές, προς τη θετική κατεύθυνση, όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ_1 συγκρούεται με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{kg}$ που αρχικά είναι ακίνητο. Η κρούση οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
- την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2 .
- τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 .

2. Σώμα μάζας $m_1 = 0,9\text{kg}$ που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος μήκους $L = 2\text{m}$, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με βλήμα μάζας $m_2 = 0,1\text{kg}$ και ταχύτητας μέτρου $v_2 = 48\text{m/s}$ με φορά προς το σώμα. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

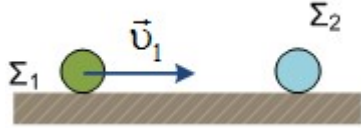


Να υπολογίσετε:

- το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 .
- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται μετά την κρούση.
- το ύψος h' στο οποίο θα φτάσει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
- τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. Σε τι μορφή ενέργειας μετατράπηκε αυτή;

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

3. Σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινούμενο προς τη θετική φορά σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 8\text{m/s}$ κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.

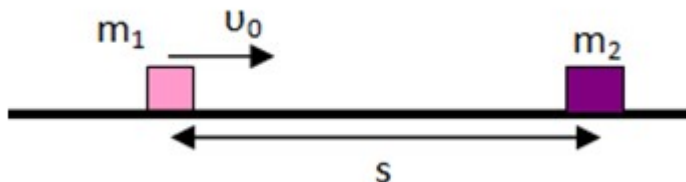


Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 4\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:

- το λόγο των μαζών $\frac{m_2}{m_1}$.
- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
- την αλγεβρική τιμή της μεταβολής της ορμής των δύο σωμάτων, αν $m_2 = 2\text{kg}$. Τι παρατηρείτε;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

4. Το σώμα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ του παρακάτω σχήματος βάλλεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10\text{m/s}$ πάνω σε οριζόντιο δάπεδο που παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,2$. Αφού διανύσει απόσταση $s = 9\text{m}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 6\text{kg}$ που είναι αρχικά ακίνητο.



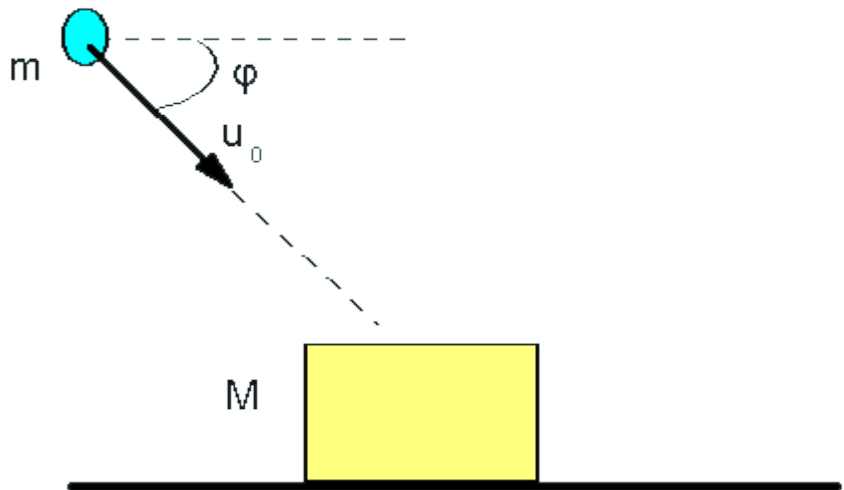
Να βρείτε:

- την ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 λίγο πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- το ποσοστό της ενέργειας του σώματος m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 .
- το διάστημα d που θα διανύσει το σώμα μάζας m_2 μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

5.

Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M = 0,9 \text{ kg}$ ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα μικρό βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$ το οποίο, λίγο πριν να συγκρουστεί, κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 50 \text{ m/s}$, σχηματίζοντας με τον οριζοντα γωνία φ , σφηνώνεται στον κύβο. Να υπολογίσετε:



- την ταχύτητα V του συσσωματώματος.
 - τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κρούση.
 - το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας του βλήματος το οποίο μεταφέρθηκε στον κύβο.
 - τη μεταβολή της ορμής του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση.
- Δίνονται: $\eta_{\mu\phi} = 0,6$, $\sigma_{\nu\phi} = 0,8$.

6. Ένας ξύλινος κύβος μάζας $M = 4,5 \text{ kg}$ είναι δεμένος στο άκρο ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $L = 0,2 \text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε οροφή. Ο κύβος ηρεμεί με το νήμα κατακόρυφο. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,5 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 20 \text{ m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με τον κύβο. Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- το ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται κατά την κρούση των σωμάτων.
- τη μέγιστη ανύψωση που επιτυγχάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση.
- την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7. Μικρή σφαίρα Σ_1 , μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ που κινείται πάνω σε λείο επίπεδο με ταχύτητα $u_1 = 10 \text{ m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 8 \text{ kg}$. Να υπολογίσετε:

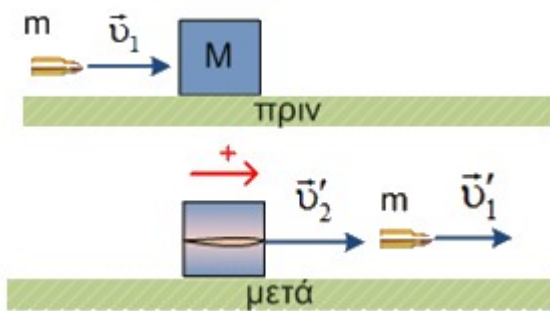
- τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.
- τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και τη μεταβολή της ορμής του

συστήματος των σφαιρών.

γ) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 .

δ) το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε κατά την κρούση στη σφαίρα Σ_2

8. Σώμα μάζας $M = 5kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100m/s$ και μάζας $m = 0,2kg$, διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75% της κινητικής του ενέργειας και εξέρχεται με ταχύτητα \vec{v}'_1 . Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}'_1 του βλήματος και της ταχύτητας \vec{v}'_2 του σώματος αμέσως μετά την έξοδο του βλήματος.

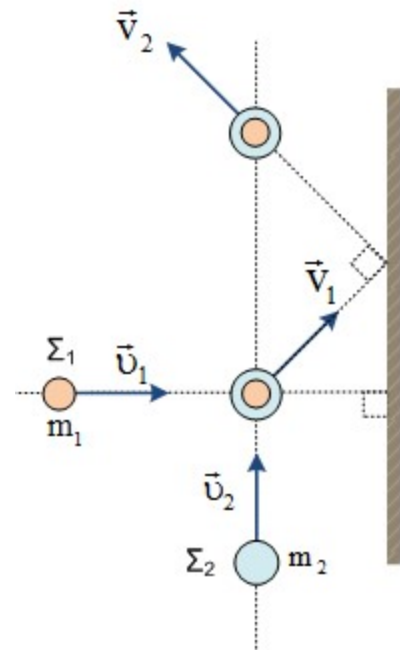
β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο σώμα κατά την κρούση.

γ) Η μεταβολή της ορμής του βλήματος και του σώματος από τη στιγμή που ηρεμούσε το σώμα μέχρι την έξοδο του βλήματος.

δ) Η μέση δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της διέλευσης του βλήματος, αν αυτή διαρκεί $\Delta t = 0,01s$.

9. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1 = 12m/s$ με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2kg$ που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα \vec{v}_2 .

Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα \vec{v}_1 . Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2 = 4\sqrt{2}m/s$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη \vec{v}_1 . Οι κινήσεις των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 και του συσσωματώματος γίνονται στο

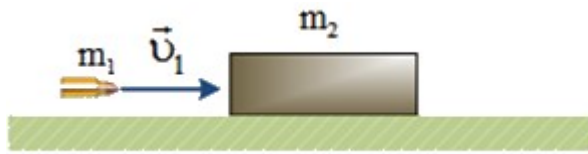


ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

- το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας \vec{v}_1 .
- το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}_2 .
- τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.
- το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης του συσσωματώματος με τον τοίχο είναι $\Delta t = 0,01s$.

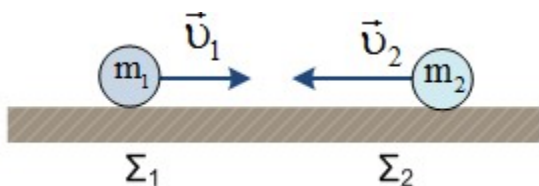
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

10. Ένα ξύλινο σώμα μάζας $m_2 = 0,96kg$ είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_1 = 40g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 200m/s$ και σφηνώνεται στο σώμα, σε βάθος $d = 7,68cm$. Να υπολογιστεί:



- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα (να θεωρήσετε ότι όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος γίνεται θερμότητα και ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο).
- η μέση δύναμη που ασκεί η σφαίρα στο ξύλο καθώς εισχωρεί σε αυτό.
- η μετατόπιση του συστήματος ξύλο-βλήμα μέχρι να σφηνωθεί το βλήμα στο ξύλο

11. Δυο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 , που έχουν μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατά μήκος της ίδιας ευθείας και πλησιάζουν η μια την άλλη με ταχύτητες μέτρων $v_1 = 6m/s$ και $v_2 = 9m/s$, αντίστοιχα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται μετωπικά. Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 αλλάζει κατεύθυνση κινούμενη με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 14m/s$.



- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}'_2 της σφαίρας Σ_2 μετά την κρούση.

β) Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

γ) Να υπολογίσετε:

1) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

2) τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση. Τι παρατηρείτε;

12. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1 , Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου v_1 . Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.

Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:

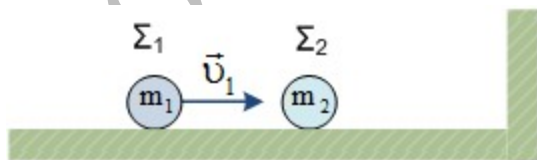
β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.

γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.

δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3 .

Δίνονται: η μάζα $m_1 = 2\text{kg}$ και $v_1 = 10\text{m/s}$.

13. Μια σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα \vec{v}_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_2 μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 συγκρούεται ελαστικά με κατακόρυφο επίπεδο τοίχο, που είναι κάθετος στη διεύθυνση της κίνησης των δυο σφαιρών.



$$\lambda = \frac{m_1}{m_2}$$

α) Αν ο λόγος των μαζών των δυο σφαιρών είναι λ να εκφράσετε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σφαιρών Σ_1 και Σ_2 σε συνάρτηση με το λ και το μέτρο της ταχύτητας \vec{v}_1 .

Να βρεθεί:

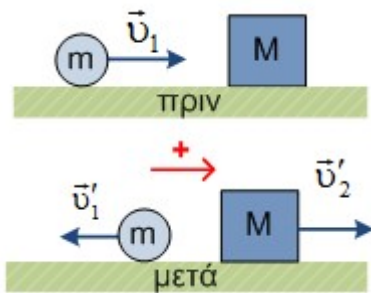
β) για ποιες τιμές του λ η σφαίρα Σ_1 μετά την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 κινείται προς τα αριστερά.

γ) για ποια τιμή του λ , η σφαίρα Σ_2 , μετά την κρούση της με τον τοίχο θα διατηρεί σταθερή απόσταση από την σφαίρα Σ_1 .

Με βάση την παραπάνω τιμή του λ , να υπολογισθεί:

δ) ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 , που έχει μετά την κρούση της με τον τοίχο, προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 .

14. Σώμα μάζας $M = 2kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Μια μικρή μπάλα μάζας $m = 100g$ κινούμενη οριζόντια προς τα δεξιά, με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 100m/s$, συγκρούεται με το σώμα και επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $v'_1 = 20m/s$. Να υπολογιστεί:



α) το μέτρο της ταχύτητας v'_2 του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.
 β) η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση. Σε ποιες μορφές ενέργειας μετατράπηκε;
 γ) η μετατόπιση του σώματος μάζας M μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής του με το επίπεδο.

δ) ο λόγος $\lambda = \frac{\Lambda}{m}$ των μαζών των δύο σωμάτων, αν η κρούση ήταν ελαστική.
 Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

15. Δύο τελείως ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1 = m = 1kg$ και $m_2 = 3m = 3kg$ αντίστοιχα, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και πλησιάζουν η μία την άλλη με ταχύτητες μέτρου $v_1 = v_2 = v_0 = 10m/s$. Να βρείτε:

α) Τις ταχύτητές των μαζών μετά την κρούση.
 β) Τη μεταβολή της ορμής της m_2 .
 γ) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας m_2 .
 δ) Τη μέση δύναμη που ασκήθηκε στη σφαίρα m_1 κατά την κρούση αν αυτή διαρκεί χρόνο $\Delta t = 0,02s$

16. Σώμα Α μάζας $m_1 = 2kg$ αφήνεται να γλιστρήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μήκους $\ell = 20m$ και γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$.

Ταυτόχρονα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2 = m_1$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10m/s$ από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά.

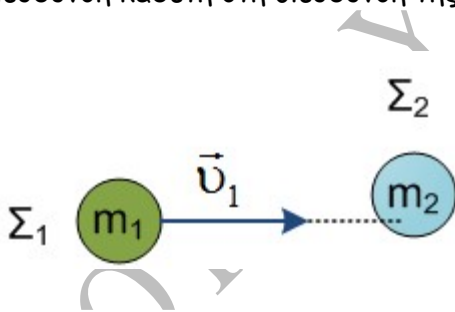
Να υπολογίσετε:

- τις ταχύτητες των σωμάτων λίγο πριν την κρούση.
- την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Α κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα θα επανέλθει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας: $g = 10m/s^2$.

3. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ (ΘΕΜΑ Δ)

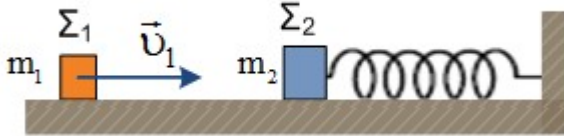
1. Σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1 = m$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 6m/s$ και συγκρούεται με άλλη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m$, που είναι αρχικά ακίνητη. Η κρούση είναι έκκεντρη και ελαστική και η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται με ταχύτητα \vec{v}'_1 που έχει διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της \vec{v}_1 . Να υπολογιστεί:



- το μέτρο και η διεύθυνση της ταχύτητας \vec{v}'_2 της σφαίρας Σ_2 , μετά την κρούση.
- το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας Σ_1 , μετά την κρούση.
- το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.
- το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας Σ_1 κατά τη κρούση, αν $m_2 = 2kg$.

Δίνεται η μαθηματική ιδιότητα $\eta\mu^2\theta + \sigma\nu\nu^2\theta = 1$.

2. Σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 4kg$ βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1kg$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10m/s$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Σ_2 .



Να υπολογίσετε:

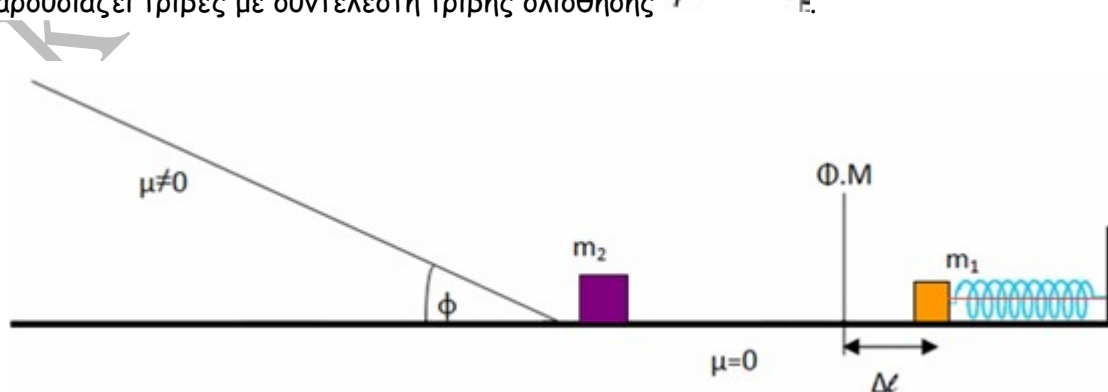
- τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
- το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_2 .
- το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_2 .
- τη μέγιστη συσπίρωση $\Delta\ell$ του ελατηρίου.

Δίνεται η σταθερά του ελατηρίου $k = 100 \frac{N}{m}$.

3. Το σώμα μάζας $m_1 = 1kg$ του παρακάτω σχήματος, ακουμπάει χωρίς να έχει προσδεθεί στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου

σταθεράς $k = 10^4 N/m$. Το ελατήριο είναι συμπιεσμένο σε σχέση με το φυσικό του μήκος κατά $\Delta\ell = 0,1m$ με τη βοήθεια νήματος. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το αρχικά ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 4kg$. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Το m_2 μετά την κρούση κινείται σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$ που

παρουσιάζει τριβές με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



A. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 λίγο πριν την κρούση του με το σώμα m_2 .

β) τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την ελαστική τους κρούση.

γ) το διάστημα που θα διανύσει το m_2 μέχρι να σταματήσει.

B. Θα επιστρέψει το m_2 στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν υποθεθεί ότι το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι αρκετά μεγάλο για την κίνηση του σώματος;

4. Ένα σώμα μάζας $M = 35\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας $m = 5\text{kg}$ βάλλεται από απόσταση $h = 3,2\text{m}$ κάτω από το σώμα M με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0 = 16\text{m/s}$ και με φορά προς τα πάνω και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας M . Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος λίγο πριν την κρούση.

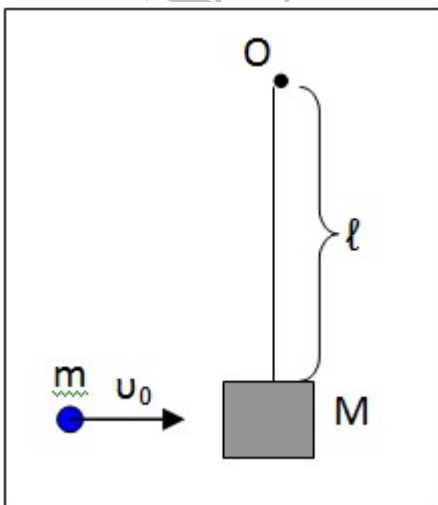
β) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ) Τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την διάρκεια της κρούσης.

δ) Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

5. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 4,8\text{kg}$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 0,18\text{m}$. Σώμα μάζας $m = 0,2\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα v_0 και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα M . Να υπολογίσετε:



α) Την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα m ώστε μετά την πλαστική

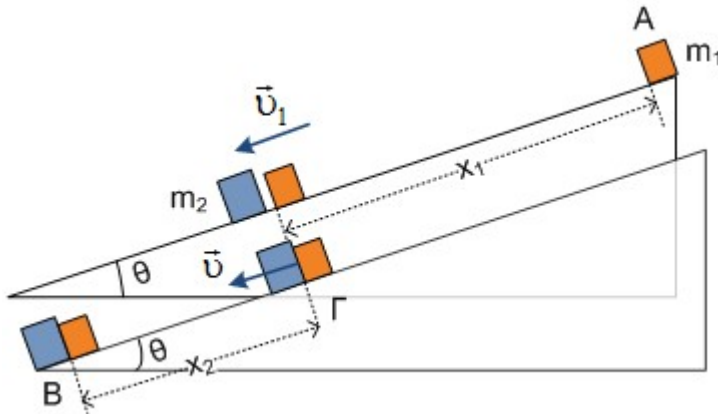
τους κρούση, το συσσωμάτωμα να διαγράψει μία πλήρη κυκλική τροχιά (να κάνει ανακύκλωση).

β) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της μάζας m πριν και μετά την κρούση.

γ) Την τάση T_0 του νήματος πριν την κρούση.

δ) Την τάση T του νήματος αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

6. Από την κορυφή (A) ενός κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης θ αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{kg}$, το οποίο εμφανίζει με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Αφού διανύσει διάστημα $A\Gamma = x_1 = 4\text{m}$ κινούμενο στο κεκλιμένο επίπεδο, συναντά ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά (σημείο Γ). Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση των δύο σωμάτων διανύει διάστημα $x_2 = 2\text{m}$ και φτάνει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

β) τη συνολική θερμότητα λόγω τριβών που παράχθηκε από τη στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 μέχρι τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έφτασε στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

γ) την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο μαζών κατά την κρούση.

δ) το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 που έγινε θερμότητα μέχρι το συσσωμάτωμα να φτάσει στη βάση (B) του κεκλιμένου επιπέδου. Να θεωρηθεί:

(i) Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ταυτίζεται με το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(ii) Όλη η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά τη κρούση γίνεται θερμότητα.

(iii) Το έργο που καταναλώνει η τριβή μετατρέπεται σε θερμότητα.

(iv) Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις.

(v) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης πριν και μετά την κρούση παραμένει ίδιος.

Δίνονται: $\eta\mu\theta = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$

7. Ένα πρωτόνιο Π_1 μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10^6\text{m/s}$ αλληλεπιδρά (συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά) με ένα άλλο ακίνητο πρωτόνιο Π_2 μάζας $m_2 = m$. Μετά την κρούση το πρωτόνιο Π_1 κινείται σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ σε σχέση με την αρχική του πορεία.

A. Να υπολογισθεί αμέσως μετά τη κρούση:

α) το μέτρο της ταχύτητας του πρωτονίου Π_1 .

β) η ταχύτητα του πρωτονίου Π_2 .

B. Να βρεθεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου Π_1 που μεταφέρεται στο πρωτόνιο Π_2 .

γ) στην παραπάνω κρούση.

δ) αν η κρούση ήταν κεντρική.

8. Ένα σώμα μάζας $M = 3\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Δεύτερο σώμα μάζας $m = 1,5\text{kg}$, βάλλεται από το έδαφος από το σημείο Κ με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$ και μετά από χρόνο $t = 0,8\text{s}$ συγκρούεται ανελαστικά με το M . Μετά την κρούση το σώμα m αφού εξέλθει από το M με ταχύτητα μέτρου $v' = 1\text{m/s}$ απομακρύνεται χωρίς να επηρεάζει την εξέλιξη του φαινομένου.



Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m ελάχιστα πριν την κρούση.

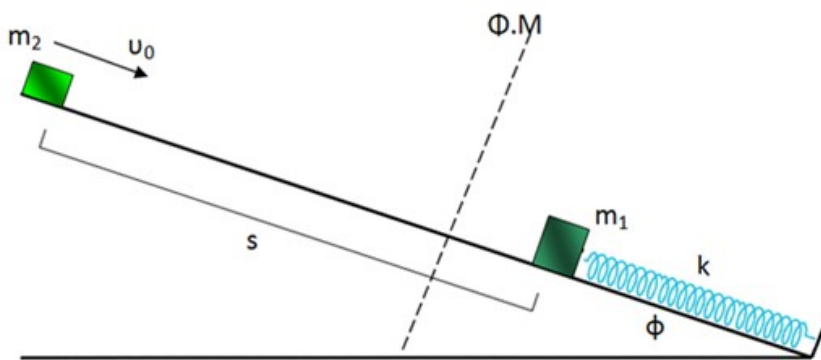
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος M αμέσως μετά την κρούση.

γ) τη μέγιστη μετατόπιση του σώματος M μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

δ) την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος ελατήριο - σώμα μάζας m - σώμα μάζας M θεωρώντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας αυτό που διέρχεται από το σημείο Κ.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

9. Στο κάτω άκρο λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$ είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\text{N/m}$. Στο πάνω ελεύθερο άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ που ισορροπεί. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και από απόσταση $s = 0,15\text{m}$ από το m_1 , βάλλεται προς τα κάτω δεύτερο σώμα $m_2 = 1\text{kg}$ με αρχική ταχύτητα $v_0 = \sqrt{3}\text{m/s}$ και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου που συγκρούεται κεντρικά με το m_1 . Μετά την κρούση η κίνηση του m_2 αντιστρέφεται, και διανύοντας απόσταση $d = 0,05\text{m}$ σταματάει. Το m_1 κινούμενο συμπιέζει το ελατήριο και στιγμιαία σταματά.



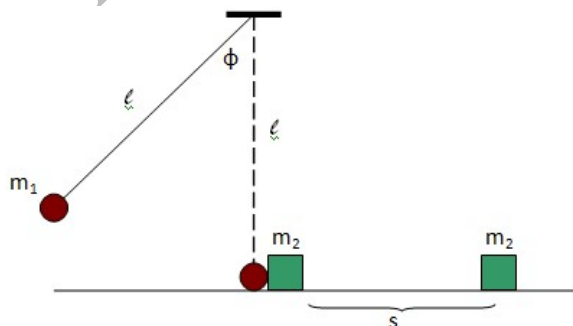
A. Να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα του σώματος m_2 ελάχιστα πριν την κρούση.
- τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
- τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου από την αρχική του θέση.
- τη μέγιστη δυναμική ελαστική ενέργεια του ελατηρίου κατά την κίνηση του m_1 .

B. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

10. Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση.

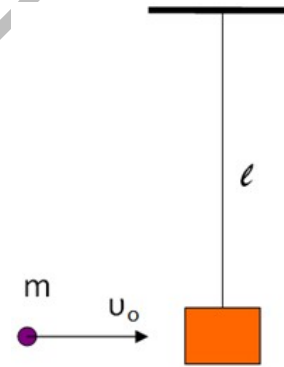


Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1 = m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα

μήκους $\ell = 1,6m$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\phi = 60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα m_2 μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα S σταματάει. Να βρεθούν:

- Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος μάζας m ελάχιστα πριν την κρούση.
 - Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης θ που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφο μετά την ελαστική κρούση.
 - Το διάστημα S μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2 .
 - Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.
- Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

11. Το σώμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 0,98Kg$ και ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους $\ell = 2m$. Κάποια χρονική στιγμή βλήμα μάζας $m = 0,02kg$ σφηνώνεται στο σώμα μάζας M και το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελώντας κυκλική κίνηση, φτάνει σε θέση όπου το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία ϕ τέτοια ώστε $\sin\phi = 0,6$ και σταματά στιγμιαία.



Να υπολογίσετε:

- Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Την αρχική ταχύτητα v_0 του βλήματος.
- Την τάση του νήματος πριν την κρούση.
- Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση.
- Τη μηχανική ενέργεια, που μετατράπηκε σε θερμότητα στην πλαστική κρούση.

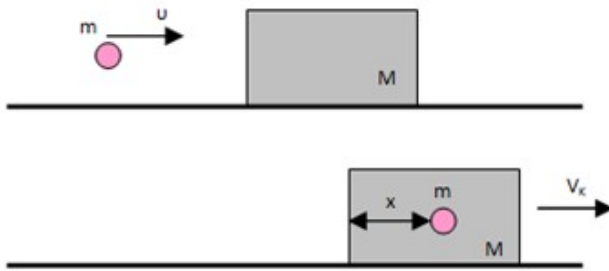
Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

12. Ένα βλήμα μάζας $m = 1kg$, βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 100\sqrt{2}m/s$ και διαπερνά ένα κιβώτιο μάζας $M = 8kg$ που ήταν αρχικά ακίνητο στη θέση $x = 0$ μη λείου οριζόντιου δαπέδου. Το βλήμα εξέρχεται από το κιβώτιο με ταχύτητα $v = 20\sqrt{2}m/s$. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου είναι $\mu = 0,5 + x$, όπου x η θέση του κιβωτίου στο (S.I.), να υπολογίσετε:

- α) Την ταχύτητα του κιβωτίου αμέσως μετά την κρούση.
 β) Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης.
 γ) Το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει.
 δ) Το μέτρο του στιγμιαίου ρυθμού μεταβολής της ορμής του κιβωτίου στη θέση $x = 2m$.
 ε) Τη συνολική θερμότητα που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον στη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

13. Ένα βλήμα μάζας $m = 0,1kg$ σφηνώνεται με ταχύτητα $v = 100m/s$ σε ακίνητο κιβώτιο μάζας $M = 0,9kg$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κιβώτιο μπορεί να ολισθαίνει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Αν η δύναμη αντίστασης που εμφανίζεται μεταξύ βλήματος και κιβωτίου κατά την κρούση θεωρηθεί σταθερού μέτρου $F = 4500N$, να υπολογίσετε:



- α) Την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος.
 β) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος (βλήμα - κιβώτιο) κατά τη διάρκεια της κρούσης.
 γ) Το χρόνο που διαρκεί η κίνηση του βλήματος σε σχέση με το κιβώτιο.
 δ) Πόσο βαθιά εισχωρεί το βλήμα στο κιβώτιο.

4.Α ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Δύο σφαίρες με ίσες μάζες κινούνται επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατά μήκος του άξονα $x'x$ και πλησιάζουν μεταξύ τους με ταχύτητες $u_1=4m/s$ και $u_2=-6m/s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ οι δύο σφαίρες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=1m$ και τη χρονική στιγμή t_1 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Να υπολογιστούν
- η χρονική στιγμή t_1
 - η ταχύτητα κάθε σφαίρας αμέσως μετά την κρούση
 - η χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία θα απέχουν ξανά οι δύο σφαίρες απόσταση $1m$ μεταξύ τους
- Το χρονικό διάστημα της κρούσης θεωρείται αμελητέο.

2. Σφαίρα Σ1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ η οποία κινείται επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα u_1 μέτρου 4m/s συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ2. Αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα Σ1 κινείται με ταχύτητα u_1' μέτρου 2m/s και αντίθετης κατεύθυνσης από την u_1 . Να υπολογιστούν

- η μάζα της σφαίρας Σ2
- η ενέργεια που μεταφέρεται από την Σ1 στην Σ2
- το επί τοις εκατό ποσοστό της μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ1.

3. Σώμα Σ1 μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $u_1=5\text{m/s}$ επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο, αρχικά ακίνητο, σώμα Σ2. Το σώμα Σ1 αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου 3m/s και αντίθετης φοράς από τη φορά της ταχύτητας u_1 . Να υπολογίσετε:

- το λόγο των μαζών m_1/m_2
- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ2 αμέσως μετά την κρούση
- το πηλίκο των κινητικών ενεργειών των σωμάτων Σ1 και Σ2 αμέσως μετά την κρούση

4. Σφαίρα μικρών διαστάσεων μάζας m είναι προσδεμένη στο ελεύθερο άκρο αβαρούς κατακόρυφου νήματος μήκους $l=2,5\text{m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα σε σημείο O της οροφής. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφη διεύθυνση και κάποια χρονική την αφήνουμε ελεύθερη χωρίς να της δώσουμε αρχική ταχύτητα. Η σφαίρα στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας $M=4m$, το οποίο ισορροπεί ακίνητο σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα μετά την σύγκρουση του με την σφαίρα διανύει απόσταση $0,4\text{m}$ μέχρι να σταματήσει. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu=0,5$. Να υπολογίσετε

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αμέσως μετά την κρούση
 - το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας ακριβώς πριν από την σύγκρουση
 - την γωνία θ της αρχικής εκτροπής
- το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

5. Σώμα μάζας $m_1=0,2\text{kg}$ το οποίο κινείται επάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2=0,1\text{kg}$ η οποία ισορροπεί προσδεμένη στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=0,5\text{m}$ του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα σε σημείο O της οροφής. Αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα εκτελεί κατακόρυφη κυκλική τροχιά και μόλις που διαγράφει ολόκληρη περιστροφή. Να υπολογιστούν

- το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας στο ανώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς του
- το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση
- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν την κρούση του με τη σφαίρα.
- το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας της σφαίρας όταν το νήμα γίνεται οριζόντιο για 1η φορά

6. Σώμα $\Sigma 1$ μάζας $m_1=0,6\text{kg}$ έχει ταχύτητα μέτρου $u_0=10\text{m/s}$ σε απόσταση $x=4\text{m}$ από ακίνητο σώμα $\Sigma 2$ μάζας $m_2=0,3\text{kg}$. Τα δύο σώματα βρίσκονται σε οριζόντιο δάπεδο με το $\Sigma 1$ να κινείται προς το $\Sigma 2$ και να ακολουθεί κεντρική ελαστική κρούση μεταξύ τους, η οποία διαρκεί ελάχιστο χρόνο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κάθε σώματος με το δάπεδο είναι $\mu=0,8$. Να υπολογίσετε

- το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $\Sigma 1$ αμέσως μετά την κρούση
- τον ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $\Sigma 2$ και του δαπέδου αμέσως μετά την κρούση
- την απόσταση που απέχουν τα δύο σώματα μεταξύ τους, όταν ακινητοποιηθούν το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

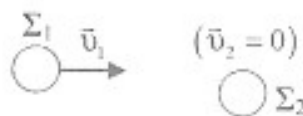
7. Σώμα μάζας $M=2,96\text{kg}$ συγκρατείται ακίνητο επάνω σε λείο πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$. Βλήμα μάζας $m=40\text{g}$ κινείται με ταχύτητα u_0 παράλληλα προς το πλάγιο επίπεδο με φορά προς τα πάνω και σφηνώνεται ακαριαία στο κέντρο μάζα του σώματος. Τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης αφήνεται το σώμα ελεύθερο να κινηθεί και το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την κρούση ολισθαίνει επάνω στο πλάγιο επίπεδο κατά $1,6\text{m}$ και ακινητοποιείται. Να υπολογίσετε :

- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος ακριβώς πριν την κρούση
- τη θερμότητα που αποδίδεται στο περιβάλλον στην διάρκεια της κρούσης το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

8. Σώμα $\Sigma 1$ αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m=0,5\text{kg}$ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την κορυφή A λείου κατακόρυφου τεταρτοκύκλιου ακτίνας R . Όταν το $\Sigma 1$ φθάσει στην βάση του τεταρτοκύκλιου έχει ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σώμα $\Sigma 2$ μάζας $m=0,5\text{kg}$ το οποίο κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $u_2=2\text{m/s}$ και φορά αντίθετης της u_1 . Το οριζόντιο δάπεδο αποτελεί συνέχεια της βάσης του τεταρτοκύκλιου. Μετά την κρούση το $\Sigma 1$ επιστρέφει στην αρχική του θέση A . Να υπολογίσετε:

- την ακτίνα R του τεταρτοκύκλιου
- το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος $\Sigma 1$ καθώς αυτό κατέρχεται προς τη βάση του τεταρτοκυκλίου και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία 30° .
- το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τεταρτοκύκλιο στο σώμα $\Sigma 1$ ακριβώς μετά την κρούση του με το $\Sigma 2$
το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.

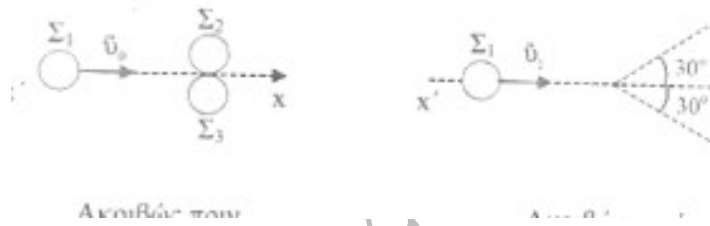
9. Λεία σφαίρα $\Sigma 1$ μάζας $m_1=4\text{kg}$ κινείται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια με ταχύτητα u_1 , μέτρου $u_1=10\text{m/s}$ και συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με ακίνητη λεία σφαίρα $\Sigma 2$. Μετά την κρούση η σφαίρα $\Sigma 1$ κινείται με ταχύτητα u_1' , μέτρου 8m/s και η σφαίρα $\Sigma 2$ κινείται με ταχύτητα u_2' η οποία σχηματίζει



γωνία 90° με την ταχύτητα u_1' . Να υπολογίσετε:

- τη μάζα της σφαίρας $\Sigma 2$
- το μέτρο της ταχύτητας u_2'
- το επί τοις εκατό ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας $\Sigma 1$ που μεταβιβάζεται στην σφαίρα $\Sigma 2$ εξαιτίας της κρούσης.
- τη μεταβολή της ορμής της σφαίρα $\Sigma 1$

10. Τρεις λείες σφαίρες $\Sigma 1$, $\Sigma 2$ και $\Sigma 3$ μάζας $m=50g$ βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, με τις $\Sigma 2$ και $\Sigma 3$ να εφάπτονται μεταξύ τους. Κάποια χρονική στιγμή εκτοξεύουμε την $\Sigma 1$ με ταχύτητα u_0 , μέτρο $5m/s$ προς την θετική φορά του άξονα x ο οποίος διέρχεται από το σημείο επαφής των σφαιρών



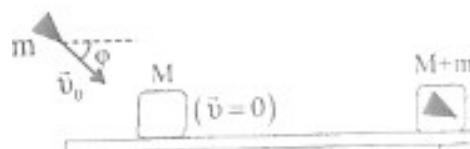
$\Sigma 2, \Sigma 3$. Η κρούση των σφαιρών είναι ελαστική και μετά την κρούση οι ταχύτητες u_2 και u_3 των σφαιρών $\Sigma 2$ και $\Sigma 3$ αντίστοιχα σχηματίζουν γωνία 30° η καθεμία με τον άξονα x ενώ η ταχύτητα u_1 της σφαίρας $\Sigma 1$ έχει φορά τον άξονα x . Να υπολογίσετε:

- τα μέτρα των ταχυτήτων u_2 και u_3 των σφαιρών $\Sigma 2$ και $\Sigma 3$ αντίστοιχα
- την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας u_1 της σφαίρας $\Sigma 1$
- το εκατοστιαίο ποσοστό ελάττωσης της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας $\Sigma 1$

11. Δύο σφαίρες $\Sigma 1$ και $\Sigma 2$ έχουν μάζες $m_1=4kg$ και $m_2=2kg$ και ταχύτητες με μέτρα $u_1=2,5m/s$ και $u_2=5m/s$ αντίστοιχα. Αυτές κινούνται πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια και συγκρούονται πλαστικά. Πριν την κρούση οι φορείς των ταχυτήτων των δύο σφαιρών σχηματίζουν γωνία $\varphi=60^\circ$.

- να υπολογίσετε το μέτρο και να προσδιορίσετε τη διεύθυνση της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.
- να υπολογίσετε τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δυο σφαιρών εξαιτίας της κρούσης.

12. Ξύλινος συμπαγής κύβος μάζας $M=2,9kg$ βρίσκεται ακίνητος σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=0,1kg$ κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο με ταχύτητα u_0 , μέτρου $300m/s$, της οποίας ο φορέας σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi=60^\circ$. Το βλήμα σφηνώνεται



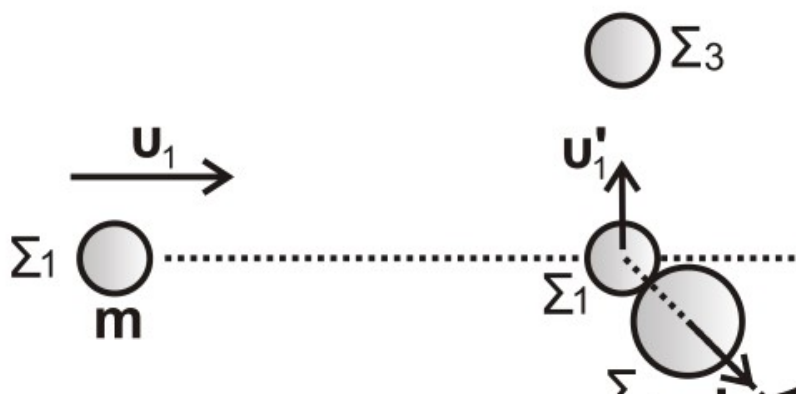
ακαριαία στο κέντρο μάζας του ξύλινου κύβου και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται αρχίζει να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Να υπολογίσετε

- το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

- β. το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει
 γ. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος όταν η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται με ρυθμό -45J/s
 δ. το ποσό θερμότητας που εκλύεται στο περιβάλλον στην διάρκεια της ολίσθησης του συσσωματώματος.

5. ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

2021. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα $\Sigma 1$ μάζας $m_1=m$ που κινείται με ταχύτητα u_1 , συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα $\Sigma 2$ μάζας $m_2=2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα $\Sigma 1$ κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα u'_1 και η σφαίρα $\Sigma 2$ κινείται με ταχύτητα u'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας $\Sigma 1$. Στη συνέχεια, η σφαίρα $\Sigma 1$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα $\Sigma 3$ μάζας $m_3=m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



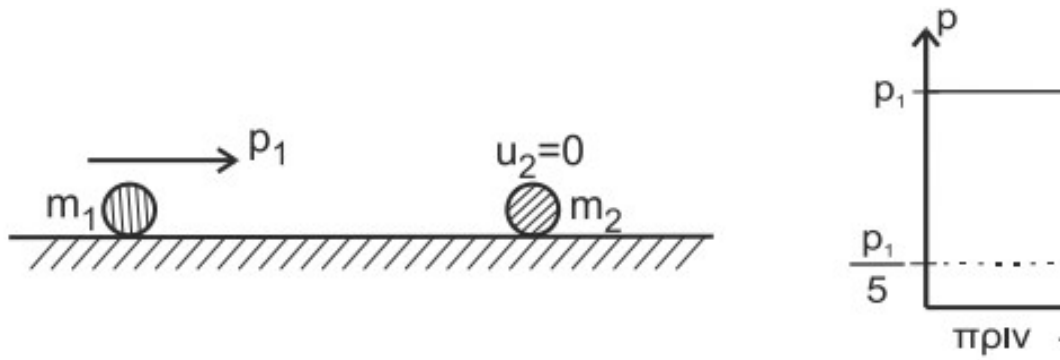
Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών $\Sigma 1$ και $\Sigma 3$ προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας $\Sigma 1$, πριν την κρούση της με τη σφαίρα $\Sigma 2$, είναι ίσος με:

- i. $1/2$ ii. $1/3$ iii. $1/6$

Να θεωρήσετε ότι:

- όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων,
- όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες,
- τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση,
- κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

2022. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ορμή μέτρου p_1 και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 , όπως φαίνεται στο Σχήμα 3. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας m_1 φαίνεται στο Σχήμα 4.



Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι ίσο με:

- i. 64% ii. 80% iii. 96%